

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - Campus Sorocaba

DEPARTAMENTO DE FÍSICA, QUÍMICA E MATEMÁTICA – DFQM

ELETROMAGNETISMO 1

**Atividades 2 e 3 – Lei de Coulomb, Cargas elétricas e densidade de cargas**

Prof. Dr. James Alves de Souza

**Gustavo da Silva Rodrigues R.A.: 792327**

14/11/2023

1.a) Considere um sistema isolado composto por duas cargas pontuais em repouso e , localizadas nas posições e , respectivamente, em relação à origem O de um sistema de coordenadas cartesiano (x, y, z), e utilize a lei de Coulomb para escrever a força elétrica que a carga exerce na carga e a força que a carga exerce na carga .

Resposta:

Para melhor entendimento, vamos esquematizar a situação descrita:

Diagrama

Descrição gerada automaticamente

Fonte: Material complementar do curso de Eletromagnetismo 1 – Prof. James

Considerando o cenário dado no enunciado, podemos relacionar o vetor como a distância entre as duas cargas pontuais, logo temos que , de acordo com a Lei de Coulomb.

Logo, utilizando a mesma lei, podemos escrever a força elétrica que a carga exerce em , por:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

sendo

Da mesma forma, podemos escrever a força elétrica que a carga exerce em , por:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

b) Qual é o sentido das forças e quando as cargas e possuem sinais iguais e sinais opostos? Mostre que a lei de Coulomb satisfaz a terceira lei de Newton.

Resposta:

Se as cargas e possuem sinais iguais, o produto entre as cargas, na equação das forças, não terá sinal alterado, então continuamos com as forças e conforme expressas nas equações (1) e (2).

Caso as cargas possuam sinais contrários, os produtos terão seus sinais alterados, conforme abaixo:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

posto isso, em ambos os casos, temos que .

A terceira lei de Newton afirma que "Para cada ação, há uma reação de igual magnitude, mas em direção oposta." A lei de Coulomb satisfaz essa lei, pois as forças têm magnitudes iguais (devido ao produto ) e direções opostas (devido aos versores).

c) A lei de Coulomb aplica-se à cargas pontuais. É possível utilizar essa aproximação para sistemas macroscópicos carregados eletricamente? Explique.

Resposta:

Sim, a lei de Coulomb torna-se uma boa aproximação quando as distâncias entre as cargas são significativamente maiores que as dimensões atômicas. Podemos dizer que, nestes casos, em que a distância é muito grande, podemos tratar os sistemas como “cargas pontuais”.

Esta afirmação vai de encontro com o conteúdo disponibilizado no material complementar, que diz “Macroscopicamente, podemos utilizar a terminologia “carga pontual” se as suas dimensões geométricas são muito pequenas, quando comparadas a qualquer outro comprimento pertinente ao problema em consideração.

É importante dizer que esta lei também possui limitações, por exemplo, em escalas atômicas e subatômicas, tendo em vista que os efeitos quânticos e a mecânica quântica também devem ser considerados, e a abordagem clássica da lei de Coulomb pode não ser suficiente.

2.a) Considere dois elétrons com massas e cargas . Utilize a lei da gravitação de Newton e a lei de Coulomb e faça uma comparação entre as forças gravitacional e elétrica exercidas entre eles.

Resposta:

A Lei da Gravitação Universal descreve que:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

sendo

Com os valores expressos no enunciado, de , temos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Já pela Lei de Coulomb, com , temos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Comparando os resultados obtidos para e , nas equações (6) e (7), temos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

o que evidencia uma diferença muito alta entre suas magnitudes, na escala de , ou seja, é muito maior que

b) Faça uma discussão sobre a consideração dessas duas forças para o estudo de sistemas microscópicos e macroscópicos.

Resposta:

A força gravitacional é extremamente fraca quando comparada à força elétrica entre partículas carregadas. Logo, ao estudar partículas subatômicas, a influência da gravidade geralmente pode ser ignorada.

Todavia, em escalas macroscópicas, a gravidade torna-se uma força importante e pode dominar sobre as forças eletromagnéticas. Isso é evidente na interação entre objetos massivos, como planetas, estrelas e galáxias.

Em resumo, a consideração dessas duas forças depende da escala do sistema em estudo. Em sistemas microscópicos, as forças eletromagnéticas geralmente dominam, enquanto em sistemas macroscópicos, a gravidade majoritariamente desempenha um papel mais significativo.

3.a) Considere um sistema com cargas pontuais em repouso no vácuo e explique o princípio de superposição da eletrostática.

Para um sistema de cargas, a força aplicada na i-ésima carga , devido às outras cargas é dada por:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

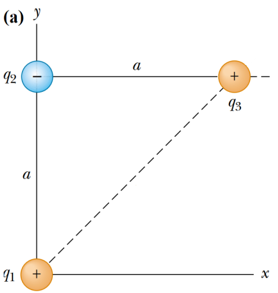
sendo o vetor que descreve a distância entre as cargas e e o versor correspondente. Este é conhecido como o princípio de superposição da eletrostática, que estabelece que a força elétrica total que atua em uma carga é a soma vetorial das forças elétricas individuais que atuam sobre ela. Podemos realizar esta soma, pois cada carga elétrica possui valores independentes entre si.

b) Considere três cargas pontuais no plano localizadas nos vértices de um triângulo retângulo isósceles, conforme mostrado na figura 1.a. A medida dos lados congruentes do triângulo é dada por . Encontre a força elétrica resultante exercida na carga .

Resposta:

A figura abaixo descreve esta situação:

Figura 1: (a) Cargas pontuais , e dispostas nos vértices de um triângulo retângulo isósceles, com lados congruentes de tamanho a.



Fonte: Adaptada pelo Prof. James

Para encontrar a força elétrica resultante exercida na carga , devido às outras duas cargas, podemos calcular as forças elétricas e devidas a e , respectivamente, e em seguida, somá-las vetorialmente.

Vamos determinar as coordenadas das cargas da seguinte forma:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Vamos calcular a força , com os valores para as componentes e :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Agora, vamos calcular a força , com os valores apenas para a componente :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Posto estes valores, vamos somar vetorialmente e para obtermos o valor de , portanto temos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

c) Escreva literalmente o módulo da força resultante na carga e considere os valores para obter a magnitude da força. Em seguida expresse o resultado vetorialmente.

Resposta:

Vamos expressar este resultado vetorialmente, chamando a equação (13) para , substituindo os valores dados no enunciado:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Agora, vamos calcular a magnitude do vetor, com base nos valores encontrados para as componentes e :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

4) Duas esferas idênticas carregadas eletricamente, cada uma com massa , repousam em equilíbrio como mostrado na figura 1.b. As esferas estão suspensas por fios de comprimentos iguais a e separadas por uma distância . O ângulo formado entre os dois fios é . A aceleração local da gravidade é dada por , um vetor constante.

a) Apresente o diagrama de forças em cada esfera e explique.

Resposta:

Para melhor entendimento, vamos esquematizar o cenário:

Figura 1: (b) Duas esferas idênticas em equilíbrio, carregadas eletricamente com a mesma carga , suspensas por fios de comprimentos iguais a e separadas por uma distância .

Diagrama

Descrição gerada automaticamente

Fonte: Adaptada pelo Prof. James.

O diagrama de forças na carga considerando que ela é idêntica a é:

Diagrama, Esquemático

Descrição gerada automaticamente

Fonte: elaborado pelo autor.

Sendo que o ângulo representado é , é a força exercida por em , é a tração e a força peso de .

Já o diagrama de forças na carga é:

Diagrama, Esquemático

Descrição gerada automaticamente

Fonte: elaborado pelo autor.

Sendo que o ângulo representado é , é a força exercida por em , é a tração e a força peso de .

b) Obtenha a força elétrica exercida em cada esfera em função da massa das esferas, da aceleração local da gravidade e do ângulo e explique.

Resposta:

De acordo com o enunciado, as esferas estão em repouso, portanto está em repouso, logo sabemos que:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Vamos definir as componentes e da tração :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Pelo diagrama de forças, podemos indicar quais as forças estão atuando nas componentes e da carga , conforme abaixo:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Podemos definir os módulos de e em função do módulo de , utilizando trigonometria, logo temos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Como , logo:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

De maneira análoga, como , temos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Posto isso, conseguimos chegar em:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Substituindo o valor encontrado para na equação (24) para e equação (24) que descreve , encontramos o valor que descreve a força exercida por em :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Sabendo que , com isso, vamos encontrar , que descreve a força exercida por em :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

c) A partir do módulo da força elétrica e considerando , e , obtenha a magnitude da carga elétrica em cada esfera.

Resposta:

Como , vamos denotar apenas como .

De acordo com a Lei de coulomb, levando em consideração que temos que a força é:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

isolando , chegamos em:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Vamos escrever em função de , portanto:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Agora, vamos substituir o valor de encontrado na equação (29) para a equação (28), que descreve :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Chegamos em uma função que descreve , agora vamos considerar os valores do enunciado e calcular o que foi solicitado, portanto considerando:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

vamos substituir estes valores na equação (30), que descreve :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Resolvendo esta expressão, chegamos nos valores para

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

d) Quantos elétrons precisam ser transferidos para cada esfera, para que as mesmas fiquem carregadas negativamente com carga líquida de ?

Resposta:

A carga elementar do próton é aproximadamente . Sendo a carga total em uma esfera, o número de elétrons necessários para produzir esta carga é dado por:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

como foi solicitado uma carga de , vamos substituir estes valores, na equação (34) para encontrar o número de elétrons necessários para produzir esta carga, logo:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

5.a) Qual é a justificativa para trabalharmos com distribuições contínuas de cargas para descrever a carga total de um sistema macroscópico carregado eletricamente, uma vez que a carga elétrica é quantizada?

Resposta:

A escolha de trabalhar com distribuições contínuas de cargas em sistemas macroscópicos carregados eletricamente é uma abordagem conveniente que surge de uma média estatística em grande escala de partículas carregadas individuais, como elétrons e prótons. Embora a carga elétrica seja quantizada em níveis microscópicos, envolvendo partículas individuais, em escalas macroscópicas, que abrangem grandes números de partículas, as flutuações quânticas se tornam negligenciáveis.

A justificativa principal para essa abordagem é que, em sistemas macroscópicos, as variações individuais nas cargas das partículas (quantização) tendem a se cancelar ou se equilibrar, resultando em um comportamento médio que pode ser modelado de forma eficaz como uma distribuição contínua de carga.

Ao tratar com sistemas macroscópicos, a quantização da carga elétrica é muitas vezes suprimida devido ao grande número de partículas envolvidas. Essa abordagem simplificada é consistentemente eficaz para descrever fenômenos eletrostáticos em muitos contextos práticos, como a análise de campos elétricos e potenciais em condutores, capacitores e distribuições de carga em geral.

b) Defina as densidades de cargas para distribuições volumétricas, superficiais (em uma área) e lineares e mostre como a carga total de um objeto macroscópico pode ser calculada nessas três situações. Utilize figuras geométricas como exemplos.

Resposta:

Trabalhando com uma distribuição contínua de cargas, a densidade de cargas pode ser calculada a partir de uma função. Definimos a densidade de cargas volumétricas a partir da quantidade de em um determinado intervalo de volume que vai tender a zero. Representando matematicamente, temos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

tomando a forma diferencial de , temos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Segue abaixo uma representação geométrica:

Diagrama

Descrição gerada automaticamente com confiança média

Fonte: elaborado pelo autor.

Ao falarmos de densidades superficiais, é de forma análoga à volumétrica. Definimos a densidade de cargas superficiais a partir da quantidade de em um determinado intervalo de área que vai tender a zero. Representando matematicamente, temos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Segue abaixo uma representação geométrica:

Gráfico, Gráfico de radar

Descrição gerada automaticamente

Fonte: elaborado pelo autor.

Por fim, ao tratarmos de densidades lineares, o raciocínio é o mesmo. Definimos a densidade de cargas lineares a partir da quantidade de em um determinado intervalo de linha que vai tender a zero. Representando matematicamente, temos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Segue abaixo uma representação geométrica:

Imagem em preto e branco

Descrição gerada automaticamente com confiança média

Fonte: elaborado pelo autor.

c) É possível definir uma densidade de carga para uma carga pontual localizada em uma posição arbitrária? Explique.

Resposta:

É viável estabelecer uma densidade para uma carga pontual somente quando a posição dessa densidade, em relação ao ponto que estamos analisando na situação, ultrapassa, em medida significativa, as magnitudes do objeto carregado eletricamente. Em outras palavras, a definição dessa densidade depende do referencial que estamos adotando.

6) Utilize a lei de Coulomb para descrever a influência que 3 objetos macroscópicos carregados eletricamente e duas cargas pontuais e exercem em uma carga de prova pontual , localizada em uma posição arbitrária de um sistema de coordenadas cartesiano em três dimensões. Os objetos macroscópios são: um dielétrico com carga total distribuída em um volume e com uma densidade de carga , um condutor com carga total distribuída em sua superfície e densidade superficial de carga e um bastão eletrizado, de comprimento , com densidade linear de cargas dada por .

Resposta:

Podemos definir a partir da Lei de Coulomb e Princípio da Superposição, temos a força exercida em como:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

onde e representam as distribuições contínuas de cargas volumétricas, superficiais e lineares, respectivamente.

Definimos estes valores nas equações (37), (38) e (39), portanto, vamos substituir na equação (40), que define :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |